

Анықталған интеграл — есептер жинағы

I. Негізгі (тексеру)

1. $\int_0^2 (3x^2 - 2x + 1) dx$.
2. $\int_1^3 (2x + 5) dx$.
3. $\int_0^{\pi} \sin x dx$.
4. $\int_0^{\pi/2} \cos x dx$.
5. $\int_{-2}^2 x^3 dx$ — соңғы нәтиженің мәнін түсіндіріңдер.

II. Орташа деңгей (алмастыру, стандарт формалар)

6. $\int_0^4 \sqrt{x} dx$.
7. $\int_1^{0e} \frac{1}{x} dx$.
8. $\int_0^{\pi/2} (\sin x + \cos x) dx$.
9. $\int_0^1 (x^2 + 2x + 1) dx$.
10. $\int_1^3 \left(3x^2 - \frac{4}{x} \right) dx$.

III. Интеграл бойынша қолданбалар (аудан, көлем)

11. Қисықтармен шектелген аудан: $y = x^2$ және $y = 4$ қисықтары арасындағы ауданды табыңдар.
12. $y = \sin x$ және $y = \cos x$ қисықтары x -тік аралықта $0 \leq x \leq \pi/4$ астында қалыптасқан ауданды есептеңдер.
13. $y = 2x$ және x -ось арасындағы $x = 0$ -ден $x = 2$ -ге дейінгі аудан.

IV. Күрделірек интегралдар (алмастыру, бөлшектеу)

14. $\int_0^1 \frac{2x}{x^2 + 1} dx$ (алмастыру $u = x^2 + 1$).
15. $\int_0^1 x \cos(x^2) dx$ (алмастыру арқылы).
16. $\int_0^1 \frac{3x^2}{(x^3 + 1)^2} dx$.

V. Интеграл бойынша бөлшектеу (partial fractions)

17. $\int_0^1 \frac{1}{(x-1)(x+2)} dx$.
18. $\int_1^2 \frac{x+1}{x^2-1} dx$ (алғаш бөлшектеу).

VI. Интеграл бойынша бөліп алу (integration by parts)

19. $\int_0^1 x e^x dx.$

20. $\int_1^e \ln x dx.$

VII. Абсолют мән және қиылыстар

21. $\int_0^\pi |\sin x| dx.$

22. $\int_{-1}^1 |x| dx.$

VIII. Шексіз және қисайған интегралдар (improper)

23. $\int_1^\infty \frac{1}{x^2} dx.$

24. $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x}} dx.$

IX. Параметрлік және тәуелді интегралдар

25. $I(a) = \int_0^a 3x^2 - 2x + 1 dx.$ $I(a)$ -ны есептеп, оның a -ға тәуелділігін сипаттаңдар.

26. $J = \int_0^{\pi/2} \sin^2 x dx$ — тригонометриялық тожды пайдаланып есептеңдер.

X. Шынайы өмірге қолданба / аналитикалық есеп

27. Құймасы $f(x) = 3x^2 - 2x + 1$ болатын жылтыр бетінің ауданын $x = 0$ мен $x = 2$ аралығында табыңдар (ауданның мағынасы бойынша).

28. $\int_0^2 (x^3 - 3x^2 + 2x) dx$ — нәтижені факторизация қолдана отырып тексеріңдер.

XI. Сынақ/кеңесшіл тапсырмалар (қосымша)

29. $\int_0^\pi x \sin x dx$ — бөліп алу арқылы есептеңдер.

30. $\int_0^1 \frac{x^4 + 2x^3 - x + 1}{x^2 + 1} dx$ — алдымен бөлім бойынша қысқарту/бөлу.